

Agosto-diciembre 2020

## ANÁLISIS 1

### TEMARIO

#### 0. PRELIMINARES

1. Conceptos básicos de conjuntos y funciones. Biyecciones.

#### I. NÚMEROS REALES

2. Axiomas de campo y propiedades.

3. Axiomas de orden y propiedades.

4.5. Números naturales, inducción matemática, principio del buen orden.

5.5. Axioma del supremo.

7. Propiedad arquimediana. Existencia de raíces enésimas y de números irracionales. Densidad de racionales e irracionales.

8. Cardinalidad. Conjuntos finitos e infinitos.

9. Numerabilidad. Numerabilidad de  $\mathbb{Q}$ .

#### II. SUCESIONES DE NÚMEROS REALES

10. Valor absoluto. Distancia.

11. Sucesiones convergentes, divergentes y acotadas. Ejemplos.

12. Sucesiones no-negativas y convergentes a cero. Lema del sandwich. Densidad de racionales e irracionales mediante sucesiones.

13.5. Operaciones algebraicas con sucesiones y con sucesiones convergentes. Ejemplos de interés.

14.5. Sucesiones monótonas. Subsucesiones. Teorema de Bolzano-Weierstrass. Sucesiones de Cauchy.

16. Sistema de los números reales extendidos.  $\infty$  y  $-\infty$  como límites.

17.  $\limsup$  y  $\liminf$ .

#### III. SERIES DE NÚMEROS REALES

18. Serie, convergencia, criterio de Cauchy. Series geométricas.

19.5. Serie de términos no-negativos. Criterio de condensación de Cauchy. La serie  $\sum \frac{1}{n^p}$ . Criterios de comparación. Irracionalidad de  $e$ .

20.5. Convergencia absoluta. Criterios de la raíz y del cociente.

22. Series condicionalmente convergentes. Teorema de Leibnitz.

23. Expansión respecto de una base. No-numerabilidad de  $\mathbb{R}$ .

#### IV. ESPACIOS MÉTRICOS, CONVERGENCIA Y CONTINUIDAD

##### 24. Introducción.

Espacio métrico, métrica inducida. Sucesiones convergentes.

##### 25. Continuidad. Funciones de Lipschitz.

##### 26. Criterio por sucesiones. Continuidad y operaciones algebraicas.

##### 27. Sucesiones y series de funciones con valores reales. Convergencia puntual.

##### 28. Convergencia uniforme de sucesiones y series de funciones con valores reales. Criterio $M$ de Weierstrass. Relación con continuidad.

(Ejercicios) Topología: conjuntos abiertos, interior, conjuntos cerrados, cerradura.

##### 29. Continuidad y topología.

##### 30. Compacidad.

##### 31. Teorema de Weierstrass, continuidad uniforme.

##### 32. Conexidad y teorema del valor intermedio.

#### BIBLIOGRAFIA

1. T. Apostol, *Mathematical Analysis*. Addison-Wesley, 1957.
2. F. Galaz Fontes, *Cálculo avanzado I*, UAM-Iztapalapa, México, 1992.
3. S. Lang, *Analysis I*. Addison-Wesley, 1968.
4. W. Rudin, *Principles of Mathematical Analysis*. 3a. Ed., Mc-Graw-Hill, 1976.
5. M. Spivak, *Calculus*. Addison-Wesley, 1967.
6. K. Stromberg, *An Introduction to Classical Real Analysis*. Wadsworth Inc., Belmont, California, 1981.

FGF

Agosto 15, 2020